

## LABORATORIO DE FÍSICA 1

Estudiantes de Licenciatura en Ciencias Biológicas y Geológicas

Departamento de Física, FCEyN, Universidad de Buenos Aires.

---

**PRÁCTICA 3: Movimiento Oscilatorio Armónico Simple y Amortiguado****OBJETIVO GENERAL**

Esta práctica tiene como objetivo estudiar experimentalmente las características del movimiento oscilatorio armónico, tanto simple como amortiguado.

**INTRODUCCIÓN**

Todo sistema físico que se encuentra en equilibrio estable, oscila al ser apartado de su posición de equilibrio. En general, los sistemas lineales oscilan además en forma armónica, siempre que la perturbación aplicada lo aparte levemente de su posición de equilibrio. En estas condiciones se puede definir una frecuencia de oscilación, que estará completamente determinada por los parámetros del sistema físico en consideración, y será independiente de las condiciones específicas en las que se pone a oscilar el sistema.

**ACTIVIDAD 1: ESTUDIO DEL MOVIMIENTO OSCILATORIO ARMÓNICO SIMPLE Y DETERMINACIÓN DE LA CONSTANTE ELÁSTICA DE UN RESORTE**

Se propone determinar las características de un resorte simple empleando para ello dos métodos experimentales distintos: uno estático y otro dinámico. El protocolo experimental sugerido para implementar dichos métodos se describe a continuación.

**(a) Método estático:**

Hallar la posición de equilibrio de un sistema formado por un objeto que cuelga de un resorte, para diversas masas del objeto suspendido. A partir de la dependencia de dicha posición como función de la masa del cuerpo se pueden determinar las características del resorte (constante elástica y longitud en reposo) mediante un ajuste por cuadrados mínimos de los resultados

- i.- Represente gráficamente la fuerza aplicada,  $F$ , en función de la posición  $x$  del resorte. ¿Qué relación encuentra entre estas magnitudes?
- ii.- Utilizando la ley de Hooke que ha estudiado en su clase teórica, ¿qué representa la pendiente? ¿y la ordenada al origen?
- iii.- ¿Es el valor obtenido por ajuste de la ordenada al origen el esperado?

## LABORATORIO DE FÍSICA 1

Estudiantes de Licenciatura en Ciencias Biológicas y Geológicas

Departamento de Física, FCEyN, Universidad de Buenos Aires.

---

**(b) Método dinámico:**

Una vez determinadas las características del resorte, se lo suspende de un sensor de fuerzas<sup>1</sup> que permite registrar una señal proporcional la fuerza necesaria para sostener el sistema suspendido desde su soporte. En estas condiciones se procede a ponerlo a oscilar en diversas condiciones para así registrar la lectura del sensor de fuerzas en función del tiempo.

- i.- Estudie la dependencia de la frecuencia de oscilación con la masa.
- ii.- Represente sus resultados en un gráfico. Analice gráficos tanto en escalas lineales como logarítmicas. ¿Qué relación encuentra entre ambas magnitudes? Si es posible determine la constante elástica del resorte también por este método.
- iii.- Describa a partir de sus mediciones la ecuación de movimiento para el sistema estudiado. ¿Cuál es la ecuación de movimiento (ecuación diferencial) que corresponde a este movimiento?
- iv.- Describa las características de las fuerzas de roce involucradas en la experiencia (caso real). ¿Afecta el roce la frecuencia medida?
- vi.- Compare ambos métodos de medición de los valores obtenidos para la constante elástica del resorte. ¿Cuál de los dos métodos recomendaría a alguien que deseara medir la elasticidad de un material?

**ACTIVIDAD 2: ESTUDIO DEL MOVIMIENTO OSCILATORIO ARMÓNICO AMORTIGUADO**

En esta segunda parte se propone estudiar las oscilaciones amortiguadas del sistema masa-resorte, cuando la masa es parcialmente sumergida en un fluido viscoso.

Adjunte una esfera de masa  $m$  al resorte, y utilice un recipiente apropiado lleno con algún fluido viscoso (p.ej., con detergente) para sumergirla de modo tal que la masa quede totalmente inmersa pero no así el resorte. Con este montaje simple se propone llevar a cabo un estudio experimental del movimiento oscilatorio resultante.

---

<sup>1</sup> *Sensor de fuerza*: Este sensor trabaja sobre 2 rangos: 10N y 50N (de fuerza máxima), para elegir cual usar deben estimar previamente el rango de medición en el que se trabajará. Es importante tener en cuenta que el rango elegido también determina la resolución de la conversión analógica/digital. El rango más grande permite medir fuerzas mayores, pero el rango pequeño permite ser más preciso en la medición. Para su uso, busque la calibración por defecto (5N o 10N) – búsquela ingresando en "Configurar canales", "Archivos de calibración por defecto". Estudie si esta calibración es correcta, caso contrario calibre el sensor con dos puntos dentro del rango de trabajo –el sensor es lineal-. Grafique en el Origin y obtenga la pendiente y ordenada al origen de la calibración ( $K_1$  y  $K_0$ ). Modifique los valores  $K_1$  y  $K_0$  en el MotionDAQ y aplique los cambios. Checkee con un peso conocido que la medida sea la apropiada.

## LABORATORIO DE FÍSICA 1

Estudiantes de Licenciatura en Ciencias Biológicas y Geológicas

Departamento de Física, FCEyN, Universidad de Buenos Aires.

¿Qué se espera observar en esta experiencia?

Dado que la viscosidad del fluido que rodea la masa oscilante es ahora mucho mayor que la del aire, esperamos que sus efectos disipativos sean también mayores. La intuición nos dice además que el movimiento oscilatorio se amortiguará más rápidamente que en el aire, aunque desconocemos, a priori, de qué forma y a qué tasa. Es decir, no sabemos a priori si la amplitud de la oscilación decrecerá con el tiempo de forma lineal, cuadrática o logarítmicamente (por citar algunos ejemplos posibles), ni cuánto tiempo tardará el movimiento en extinguirse. El movimiento de la masa está relacionado con la dependencia funcional de la fuerza disipativa con las variables del problema. En el caso de un cuerpo que se mueve en el seno de un fluido viscoso sabemos que la fuerza de rozamiento es proporcional a la velocidad relativa del cuerpo en el medio, y de sentido contrario ésta.

En el caso de un cuerpo que se mueve en el seno de un fluido viscoso sabemos que la fuerza de rozamiento es proporcional a la velocidad relativa del cuerpo en el medio de la siguiente forma:

$$F_R = -bv$$

donde  $F_R$  es la fuerza de fricción del fluido,  $v$  la velocidad y  $b$  es una constante que mide el grado de viscosidad del fluido. Teniendo en cuenta las fuerzas actuantes, la ecuación de movimiento resulta:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

cuya solución depende de los valores de los distintos parámetros involucrados, y de la relación entre ellos. Se define la constante de amortiguamiento del fluido<sup>2</sup>, como:

$$\gamma = \frac{b}{2m}$$

En general, un movimiento oscilatorio amortiguado con una fuerza de este tipo admite, según estudiaron en sus clases teóricas, una clasificación en tres posibles casos: subamortiguado, amortiguado críticamente y sobreamortiguado, según los valores particulares que asuman los parámetros del problema considerado. Si  $\gamma^2 < \omega_0^2$  nos encontramos en el caso de un oscilador subamortiguado; es decir, la fuerza elástica es más importante que la fricción, al menos en algún intervalo de tiempo. En este caso, la solución de la ecuación de movimiento es:

$$x(t) = ae^{-\gamma t} \cos(\omega t + \varphi) + x_0 \quad (1)$$

<sup>2</sup> ¡OJO! En muchas referencias la notación de  $b$  y  $\gamma$  es distinta, y deberán volver a las ecuaciones de movimiento para interpretar correctamente los resultados.

## LABORATORIO DE FÍSICA 1

Estudiantes de Licenciatura en Ciencias Biológicas y Geológicas

Departamento de Física, FCEyN, Universidad de Buenos Aires.

siendo  $x(t)$  la posición en función del tiempo  $t$ ,  $a$  la amplitud,  $b$  el coeficiente de amortiguamiento,  $\omega$  la frecuencia angular de oscilación,  $\varphi$  la fase inicial y  $x_0$  la posición de equilibrio. La frecuencia angular viene dada por:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \quad (2)$$

Si medimos con el sensor de fuerza vinculado al resorte, podemos reescribir a la fuerza esperada en nuestras mediciones como dada teóricamente por la siguiente expresión (Recordando que dicha fuerza viene dada por  $F(t) = -k\Delta x$ )

$$F(t) = -k a e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \varphi) - kx_0 \quad (3)$$

es decir,

$$F(t) = A e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \varphi) - F_0 \quad (4)$$

Nótese entonces que tenemos ahora 5 parámetros a determinar a través de un ajuste de los datos medidos por el método de cuadrados mínimos. Observe además que dicho ajuste será no lineal, dado que la función a la que buscamos ajustar nuestros datos es *no lineal en sus parámetros* ( $b$ ,  $\omega$ , y  $\varphi$ ).

El principio de este tipo de ajustes es esencialmente el mismo que el correspondiente al ajuste lineal que ya ha empleado en prácticas anteriores. Sin embargo, desde el punto de vista operativo, existe una diferencia esencial. El ajuste no lineal no emplea expresiones analíticas para hallar los valores óptimos de sus parámetros dado que, en general, dichas expresiones no existen. Por lo tanto, los métodos de ajuste no lineal por cuadrados mínimos recurren a métodos de minimización numérica iterativos, a fin de encontrar un conjunto de parámetros que minimice la función de mérito  $\chi^2$ . Por ello, el algoritmo de ajuste requiere que se especifiquen valores iniciales para cada uno de los parámetros buscados. Dichos valores serán tomados como punto de partida para el algoritmo de minimización, el cuál recorrerá el espacio de parámetros buscando un mínimo. Para que esta búsqueda resulte exitosa es entonces imperativo dar valores iniciales adecuados para dichos parámetros, ya que es posible (y muy a menudo es el caso) que la función de mérito tenga más de un mínimo (local) y el algoritmo nos entregue valores sin sentido físico. Asimismo, es posible reducir el tiempo de cálculo de los parámetros si se restringe el dominio en el cual el algoritmo realiza la minimización. Como ejemplo, considere el coeficiente de amortiguamiento,  $b$ . A partir de la ecuación (1), sabemos que dicho parámetro solo puede tomar valores positivos (valores negativos de  $b$  estarían asociados a un incremento de la amplitud de oscilación conforme el tiempo avanza). Teniendo en cuenta esta información, resulta útil y computacionalmente económico especificar también esta condición al momento de establecer la forma en la que se realizará el ajuste no lineal.

## LABORATORIO DE FÍSICA 1

Estudiantes de Licenciatura en Ciencias Biológicas y Geológicas

Departamento de Física, FCEyN, Universidad de Buenos Aires.

---

En el caso que nos interesa, los valores asociados a los parámetros  $A$ ,  $\omega$  y  $F_0$  son fáciles de determinar a partir de las mediciones realizadas en la primera parte de esta práctica.

Utilizando el método dinámico de la actividad 1 con el sensor de fuerza vinculado al resorte, tome registro del movimiento para una única masa. Determine entonces el coeficiente de amortiguamiento  $b$  de 3 maneras distintas:

- I. Estudie si varía la frecuencia angular de este sistema respecto del sistema sin amortiguamiento ¿Varía dicha frecuencia? ¿Debería variar según fundamentos teóricos? Explique qué puede estar sucediendo. ¿Es útil este método para determinar el coeficiente de amortiguamiento?
- II. Identifique los picos de la función trigonométrica y obtenga la constante  $b$  del ajuste de un gráfico ln-lineal.
- III. Finalmente, realice un ajuste no lineal de la señal amortiguada y determine de ahí la constante correspondiente.

Estudie la precisión, exactitud y “utilidad” de cada uno de los métodos propuestos. Si se le ocurre otro, calcule  $b$  también por ese método.